Động lực học ngược của tay máy bốc xếp

Inverse dynamics of loading and unloading manipulators

Đỗ Đăng Khoa[1,*], Phan Đăng Phong[2], Đỗ Sanh[1]
[1]*Trường Đại học Bách khoa Hà Nội*
[2]*Viện Nghiên cứu Cơ khí*
** Email: khoa.dodang@hust.edu.vn*
Tel: +84-2438680469; Mobile: 0982326550

Từ khóa:

Động học ngược; Nguyên lý Phù hợp; Phương pháp ma trận truyền; Tích phân đầu.

Tóm tắt

Trong bài báo khảo bài toán động lực học ngược của tay máy bốc xếp. Đã đề xuất phương pháp xác định thông số động học của khâu dẫn đáp ứng yêu cầu động học của khâu thao tác và từ đó xác định các động lực cần thiết (lực, mô men lực, công suất động cơ) để thực hiện các yêu cầu của bài toán đặt ra.

Keywords:

Inverse Dynamics; Principle of Compatibility; Method of Transfer Matrix; First Integrals.

Abstract

In this paper, a method to solve the inverse dynamics problem of a loading and unloading manipulator is introduced. The method proposes a way to determine the kinematics information of driving links based on the kinematics constraints subjected to the manipulator's end-effector. Thus, the driving dynamics (forces, moments, motor power) to realize the end-effector's kinematics constraints are computed.

Ngày nhận bài: 13/7/2018
Ngày nhận bài sửa: 14/9/2018
Ngày chấp nhận đăng: 15/9/2018

1. MỞ ĐẦU

Trong tính toán thiết kế dựa trên các yêu cầu công nghệ, khâu gia công (khâu thao tác) cần thực hiện một chuyển động đã cho. Nói một cách khác, phải giải quyết bài toán xác định chuyển động của các khâu vào theo chuyển động của đầu ra. Bài toán như vậy được gọi là bài toán ngược. Bài toán như vậy cần thiết không những đối với tính toán thiết kế máy mà còn là cơ sở của phương pháp điều khiển động học. Để giải quyết bài toán này thường phải giải một phương trình đại số xác lập quan hệ giữa các thông số của đầu ra và đầu vào. Bài toán dẫn đến giải hệ phương trình đại số. Trong không ít trường hợp hệ phương trình này hoặc là phi tuyến hoặc là siêu việt. Trong các trường hợp phức tạp phải sử dụng phương pháp tách cấu trúc hoặc sử dụng phương pháp Dalembert - Lagrange hoặc sử dụng phương pháp Lagrange dạng nhân tử [1].

Trong báo cáo sử dụng phương trình chuyển động dạng ma trận được xây dựng theo Nguyên lý Phù hợp [2] và phương pháp ma trận truyền để xử lý bài toán đặt ra [3-8] và nhờ đó xác định được thông số động học đầu vào và động lực (mô men hoặc lực) tác dụng lên khâu dẫn theo yêu cầu đặt ra, dựa vào đó tính công suất tương ứng [4]. Phương pháp đề xuất cũng là cơ sở cho bài toán điều khiển chuyển động theo phương pháp động học [3].

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT MÔ HÌNH KHẢO SÁT

2.1. Phương pháp nghiên cứu

Khảo sát hệ cơ học của n bậc tự do với các tọa độ suy rộng đủ là $q_i(i=\overline{1,n})$. Biểu thức động năng của cơ hệ có dạng:

$$T=\frac{1}{2}\sum_{ij=1}^{n}a_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j \tag{1}$$

Trong đó: $\boldsymbol{A}=\left[a_{ij}\right]_{i,j=\overline{1,n}}$ là ma trận cỡ (nxn) đối xứng và không suy biến. Ở đây và tiếp sau ma trận được ký hiệu qua chữ nét đậm. Đưa vào các đại lượng sau:

$\dot{\boldsymbol{q}}=\left[\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad . \quad \dot{q}_n\right]^T$ – ma trận cỡ (nx1), ma trận vận tốc suy rộng, T góc phải bên trên ký hiệu phép tính chuyển vị ma trận. Biểu thức động năng được viết trong dạng sau:

$$\boldsymbol{T}=\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\dot{\boldsymbol{q}} \tag{2}$$

Ma trận các lực suy rộng của các lực tác dụng gồm các lực đặt vào (applied forces), các lực có thế, các lực cản (cả cản nhớt và cản khô), được ký hiệu qua $\boldsymbol{Q}^{(0)}$ – ma trận cỡ (nx1). Phương trình chuyển động của cơ hệ được viết trong dạng sau [4, 5, 6, 7]:

$$\boldsymbol{A}\ddot{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{Q}^{(0)}+\boldsymbol{Q}^{qt} \tag{3}$$

Trong đó:

$\ddot{\boldsymbol{q}}=\left[\ddot{q}_1 \quad \ddot{q}_2 \quad . \quad \ddot{q}_n\right]$– ma trận cỡ (nx1): ma trận của các gia tốc suy rộng, $\boldsymbol{Q}^{qt}$ – ma trận cỡ (nx1): ma trận của các lực quán tính. Lực suy rộng của các lực quán tính được tính theo công thức sau: $\boldsymbol{Q}^{qt}=\boldsymbol{Q}^{qt1}-\boldsymbol{Q}^{qt2}$

Để tính các $\boldsymbol{Q}^{qt1},\boldsymbol{Q}^{qt2}$ ta tính các đại lượng sau [4,6]:

$$\partial_i A=\begin{bmatrix}\frac{\partial a_{11}}{\partial q_i} & \frac{\partial a_{12}}{\partial q_i} & . & \frac{\partial a_{1n}}{\partial q_i}\\ \frac{\partial a_{12}}{\partial q_i} & \frac{\partial a_{22}}{\partial q_i} & . & \frac{\partial a_{2n}}{\partial q_i}\\ . & . & . & .\\ \frac{\partial a_{1n}}{\partial q_i} & \frac{\partial a_{2n}}{\partial q_i} & . & \frac{\partial a_{2n}}{\partial q_i}\end{bmatrix}\quad \dot{\boldsymbol{q}}^{(i)}=\begin{bmatrix}\dot{q}_1\dot{q}_i\\ \dot{q}_2\dot{q}_i\\ .\\ \dot{q}_n\dot{q}_i\end{bmatrix};\boldsymbol{Q}^{qt1}=\begin{bmatrix}Q_1^{qt1}\\ Q_2^{qt1}\\ .\\ Q_n^{qt1}\end{bmatrix};Q_i^{qt1}=0.5\dot{\boldsymbol{q}}\partial_i\boldsymbol{A}\dot{\boldsymbol{q}};\boldsymbol{Q}_2^{qt}=\sum_{i=1}^{n}\partial_i\boldsymbol{A}\dot{\boldsymbol{q}}^{(i)} \tag{4}$$

Trường hợp cơ hệ bị ràng buộc bởi các liên kết phương trình chuyển động của hệ có dạng [4,6]:

$$\boldsymbol{A}\ddot{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{Q}^{(0)}+\boldsymbol{Q}^{qt}+\boldsymbol{R} \tag{5}$$

Trong đó, $\boldsymbol{R}$ - lực suy rộng của các lực liên kết, lực này sẽ được xác định theo tính chất của liên kết (lý tưởng hay không lý tưởng) [7]. Khi liên kết là lý tưởng, phương trình chuyển động của cơ hệ có dạng [4, 6]

$$\boldsymbol{DA\ddot{q}} = \boldsymbol{DQ}^{(0)} + \boldsymbol{DQ}^{qt} \tag{6}$$

Trong đó, $\boldsymbol{D}$ là ma trận các hệ số khi biểu diễn các gia tốc qua các gia tốc độc lập nhờ các phương trình liên kết

Như đã chứng minh [8] khi các liên kết là lý tưởng thì có thể xem chúng là các tích phân đầu của cơ hệ được khảo sát. Bằng cách như vậy cũng có thể xem các tích phân đầu thuộc lớp liên kết đặc biệt, là trường hợp riêng của lớp liên kết mà phản lực liên kết thể hiện tương tác các liên kết lên cơ hệ bằng không. Đặc biệt khi có một hệ tích phân đầu đầy đủ (độc lập) thì chúng được xem là hệ phương trình mô tả chuyển động cơ hệ.

2.2. Mô hình bài toán

Bài toán được xây dựng như sau: Giả sử hệ cơ học của n bậc tự do, với các tọa độ suy rộng $\boldsymbol{q}$ và lực suy rộng của các lực tác dụng $\boldsymbol{Q}^{(0)}$, phương trình chuyển động của nó được mô tả bởi hệ phương trình (3), (5), (6). Một yêu cầu đặt ra là xác định động lực tác dụng lên khâu dẫn để khâu thao tác của cơ hệ phải thực hiện yêu cầu cho trước dưới dạng:

$$x_M = f_1(t)\ ;\ \mathrm{y_M} = f_2(t)\ ;\ z_M = f_3(t) \tag{7}$$

Trong đó, M là điểm xác định của khâu thao tác (ví dụ trọng tâm hay điểm tiếp xúc). Tọa độ trọng tâm khâu thao tác được biểu diễn qua các tọa độ suy rộng của cơ hệ, nên ta có:

$$g_1 \equiv x_M(q_i) - f_1(t) = 0;\ g_2 \equiv y_M(q_i) - f_2(t) = 0\ ;g_3 \equiv z_M(q_i) - f_3(t) = 0;\ i = \overline{1,n} \tag{8}$$

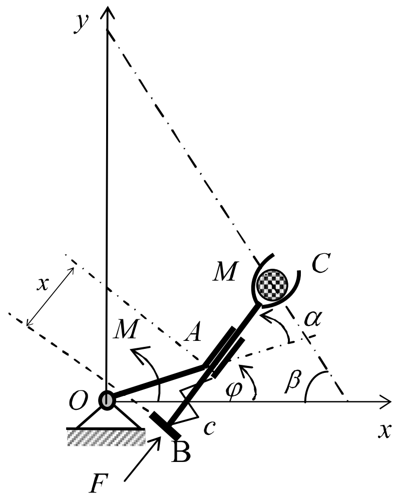
Các hệ thức được xem là các tích phân của hệ phương trình [9]. Do đó nghiệm của hệ phương trình này cũng là nghiệm của hệ phương trình cơ hệ. Giả sử nghiệm của hệ phương trình (8) được tìm trong dạng:

$$\boldsymbol{q = q(t)\ ;\ \dot{q} = \dot{q}(t)\ ;\ \ddot{q} = \ddot{q}(t)} \tag{9}$$

nó cũng là nghiệm của hệ phương trình chuyển động của cơ hệ, tức hệ phương trình (3) hoặc (6). Do đó khi thay chúng vào hệ phương trình (6) ta tính được các động lực tác dụng lên khâu dẫn. Từ hệ nghiệm này cũng cho phép xây dựng thuật toán điều khiển động học.

3. KHẢO SÁT ĐỘNG LỰC HỌC NGƯỢC CỦA TAY MÁY BỐC DỠ

Khảo sát tay máy bốc dỡ có sơ đồ như trên hình 1, gồm khâu quay OA và khâu tịnh tiến BC. Khâu OA quay không ma sát quanh trục O dưới tác dụng ngẫu lực có mô men M, khâu BC chuyển động trượt không ma sát trong xi lanh được gắn cứng với thanh OA nghiêng với đường trục của khâu OA một góc $\alpha = const$ dưới tác dụng của lực đẩy F từ động cơ thủy lực. Tay máy mang vật M có khối lượng m được kẹp chặt trên đầu mút của thanh BC và được xem là chất điểm. Chọn các tọa độ suy rộng là φ và x, trong đó φ là góc quay của khâu OA kể từ vị trí ngang, x - độ dịch chuyển của pit tông BC so với xi lanh. Lò xo liên kết giữa thanh OA và BC có độ cứng c và có độ dài không bị biến dạng là l_0. Thanh OA và thanh BC là những thanh mảnh, đồng chất, có khối lượng tương ứng là m_1, m_2. Thanh OA có chiều dài l_1, trọng tâm tại 0, thanh BC có chiều dài tương ứng là l_2, trọng tâm tại $C_2(BC_2 = c_2)$.



Hình 1. Mô hình tay máy bốc dỡ có ràng buộc quỹ đạo điểm cuối

Yêu cầu tính mô men M và lực F để di chuyển vật D với vận tốc không đổi v_0 dọc theo đường thẳng có phương trình:

$$y_M = -\sqrt{3}x_M + l_1\sqrt{3} \tag{10}$$

Bài toán được xử lý theo hai bước

Bước 1: Giải bài toán động học.

Đầu tiên cần thực hai yêu cầu động học đối với tay máy. Với mục đích này ta sử dụng phương pháp ma trận truyền. Thiết lập các ma trận sau [4, 6].

$$\begin{gathered} t_1 = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; t_2 = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & l_1 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; t_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ t_{11} = \begin{bmatrix} -\sin\varphi & -\cos\varphi & 0 \\ \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; t_{31} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; r_2 = \begin{bmatrix} c_2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; r = \begin{bmatrix} l_2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \end{gathered} \tag{11}$$

Tọa độ, vận tốc và gia tốc của điểm D được tính theo các biểu thức [4, 6]

$$\begin{bmatrix} x_M \\ y_M \\ 1 \end{bmatrix} = t_1t_2t_3r = \begin{bmatrix} \cos(\varphi+\alpha)(l_2-x)+l_1\cos\varphi \\ \sin(\varphi+\alpha)(l_2-x)+l_1\sin\varphi \\ 1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} v_{Mx} \\ v_{My} \\ 0 \end{bmatrix} = t_{11}t_2t_3r\dot{\varphi} + t_1t_2t_{31}r\dot{x};$$

$$\begin{bmatrix} v_{Mx} \\ v_{My} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [(x-l_2)\sin(\varphi+\alpha)-l_1 sin\varphi]\dot{\varphi} - \sin(\varphi+\alpha)\,\dot{x} \\ [(l_2-x)\cos(\varphi+\alpha)+l_1\cos\varphi]\dot{\varphi} - \sin(\varphi+\alpha)\,\dot{x} \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} a_{Mx} \\ a_{My} \\ 0 \end{bmatrix} = t_{11}t_2t_3\ddot{\varphi} + t_1t_2t_{31}\ddot{x} + t_{12}t_2t_3\dot{\varphi}^2 + t_1t_2t_{32}\dot{x}^2 + 2t_{11}t_2t_{31}\dot{\varphi}\dot{x} \rightarrow$$

$$\begin{aligned} a_{Mx} &= [(x-l_2)\sin(\varphi+\alpha) - l_1\sin\varphi]\ddot{\varphi} - \cos(\varphi+\alpha)\,\ddot{x} \\ &\quad -[(l_2-x)\cos(\varphi+\alpha) + l_1\cos\varphi]\dot{\varphi}^2 + 2\sin(\varphi+\alpha)\dot{\varphi}\dot{x} \\ a_{My} &= [(l_2-x)\cos(\varphi+\alpha) - l_1\cos\varphi]\ddot{\varphi} \\ &\quad - sin(\varphi+\alpha)\,\ddot{x} - [(l_2-x)\sin(\varphi+\alpha) + l_1\sin\varphi]\dot{\varphi}^2 - 2\cos(\varphi+\alpha)\dot{\varphi}\dot{x} \end{aligned} \tag{12}$$

Khi thay các biểu thức của các tọa độ x_M, y_M được tính theo các tọa độ suy rộng thì điều kiện để vật M di chuyển theo đường thẳng có phương trình (10) đồng nghĩa với việc cần thực hiện phương trình sau:

$$f_0 \equiv (l_2 - x)\cos(\varphi+\alpha) + l_1\sin\varphi + [(l_2-x)\cos(\varphi+\alpha) + l_1\cos\varphi + 1]\sqrt{3} = 0; \tag{13}$$

Từ đây ta nhận được:

$$\begin{aligned} \dot{f}_0 &\equiv h_1\dot{\varphi} + h_2\dot{x} = 0; \\ h_1 &= \sqrt{3}[\sin(\varphi+\alpha)(x-l_2) - l_1\sin\varphi] + (l_2-x)\cos\varphi + l_1\cos\varphi; \\ h_2 &= -\sqrt{3}\cos(\varphi+\alpha) - sin(\varphi+\alpha); \\ \ddot{f}_0 &\equiv h_1\ddot{\varphi} + h_2\ddot{x} + \frac{\partial h_1}{\partial\varphi}\dot{\varphi}^2 + \frac{\partial h_2}{\partial x}\dot{x}^2 + (\frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial\varphi})\dot{x}\dot{\varphi} \end{aligned} \tag{14}$$

Từ đây nhận được phương trình

$$\begin{aligned} PT1 &\equiv [l_1(\cos\varphi - \sqrt{3}\sin\varphi) - (l_2-x)(\sqrt{3}\sin(\varphi+\alpha) - \cos(\varphi+\alpha)))]\ddot{\varphi} \\ &-[\sqrt{3}\cos(\varphi+\alpha) + \sin(\varphi+\alpha)]\ddot{x} - l_1(\sqrt{3}\cos\varphi + \sin\varphi)) - (l_2-x)(\sqrt{3}\cos(\varphi+\alpha) \\ &+ \sin(\varphi+\alpha)]\dot{\varphi}^2 + 2(\sqrt{3}\sin(\varphi+\alpha) - \cos(\varphi+\alpha)]\dot{x}\dot{\varphi} \end{aligned} \tag{15}$$

Điều kiện thứ hai yêu cầu điểm M được di chuyển với vận tốc v cho trước. Vì điểm M di chuyển theo đường nghiêng với góc β, góc nghiêng của quĩ đạo đối với trục Ox, để xác định giả thiết vận tốc v có dạng $v = H\cos\Omega t$, nên điều kiện này được viết như sau:

$$\dot{x}_M = H\cos\Omega t \tag{16}$$

Với $\Omega = 0$ thì điểm M di chuyển trên quĩ đạo (10) với vận tốc không đổi $v_0 = H\cos\beta$ .Vì

$$\dot{x}_M = [(x-l_2)\sin(\varphi+\alpha) - l_1\sin\varphi]\dot{\varphi} - \cos(\varphi+\alpha)\dot{x}$$

điều kiện yêu cầu sẽ được viết như sau:

$$[(x-l_2)\sin(\varphi+\alpha) - l_1\sin\varphi]\dot{\varphi} - \cos(\varphi+\alpha)\dot{x} - H\cos\Omega t = 0$$

Từ đây nhận được phương trình:

$$\begin{aligned} PT2 &\equiv [(x-l_2)\sin(\varphi+\alpha) - 11\sin\varphi]\ddot{\varphi} - \cos(\varphi+\alpha)\ddot{x} \\ &+[(x\text{-}l_2)\cos(\varphi+\alpha) - l_1\cos\varphi]\,\dot{x}\,\dot{\varphi} + 2\sin(\varphi+\alpha)\,\dot{x}\,\dot{\varphi} - Hsin\Omega t \end{aligned} \tag{17}$$

Phương trình (15) và (17) là hệ hai phương trình vi phân cấp hai đối với hai biến $\varphi(t), x(t)$. Ký hiệu $\varphi^*(t), x^*(t)$ là nghiệm của hệ phương trình trên với điều kiện đầu xác định thỏa mãn các yêu cầu đặt ra đối với tay máy.

Bước 2. Xác định các yếu tố động lực để tay máy đảm bảo các yêu cầu đặt ra.

Nhằm mục đích này ta viết phương trình vi phân chuyển động tay máy dạng ma trận (3). Biểu thức động năng của tay máy được viết trong dạng (2), trong đó [2-7].

$$\begin{aligned} &a_{11} = m_2 r_2^T t_2^T t_0^T t_{11}^T t_{11} t_0 t_2 r_2 + m\ r^T t_2^T t_0^T t_{11}^T t_{11} t_0 t_2 r\ + J_1 + J_2 = \\ &m_2(c_2^2 + l_1^2 + x^2 - 2c_2 x + 2l_1 \cos\alpha(c_2 - x) \\ &+ m\ (l_2^2 + l_1^2 + x^2 - 2l_2 x + 2l_1 \cos\alpha(l_2 - x)) + J_1 + J_2 \\ &a_{12} = -(m_1 + m_2) l_1 sin\alpha\ \ ;\ a_{22} = -(m_1 + m_2) \end{aligned} \tag{18}$$

Thế năng của cơ hệ:

$$\pi = mg[l1sin\varphi + (l_2 - x)\sin(\varphi+\alpha)] + m_2 g[l_l \sin\varphi + (c2 - x)\sin(\varphi+\alpha)] + 0,5c(l_0 - x)^2 \tag{19}$$

Các lực suy rộng của các lực tác dụng sẽ là:

$$\begin{aligned} &Q_1^0 = M - \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} = M - (m + m2)g[l1\cos\varphi + x\cos(\varphi+\alpha)] - (ml_2 + m_2 c_2)\cos(\varphi+\alpha)g; \\ &Q_2^0 = F - \frac{\partial \pi}{\partial x} = F - (m + m_2)g\sin(\varphi+\alpha) - c(l_0 - x) \end{aligned} \tag{20}$$

Để tính lực suy rộng của các lực quán tính ta tính các ma trận sau [4-6]

$$\partial_\varphi A = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_{11}}{\partial \varphi} & \frac{\partial a_{12}}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial a_{12}}{\partial \varphi} & \frac{\partial a_{22}}{\partial \varphi} \end{bmatrix} \equiv 0;\ \partial_x A = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_{11}}{\partial x} & \frac{\partial a_{12}}{\partial x} \\ \frac{\partial a_{12}}{\partial x} & \frac{\partial a_{22}}{\partial x} \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} (m+m_2)(x - l_1\cos\alpha) - (m_2 c_2 + ml_2) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Q}^{qt1} = \begin{bmatrix} Q_1^{qt1} \\ Q_2^{qt1} \end{bmatrix}; Q_1^{qt1} = \partial_\varphi A = 0;$$

$$Q_2^{qt1} = 0.5\begin{bmatrix} \dot\varphi & \dot x \end{bmatrix}^T \partial_x A \begin{bmatrix} \dot\varphi \\ \dot x \end{bmatrix} = [(m+m_2)(x - l_1\cos\alpha) - (m_2 c_2 + ml_2)]\dot\varphi^2$$

$$\boldsymbol{Q}^{qt1} = \begin{bmatrix} 0 \\ [(m+m_2)(x - l_1\cos\alpha) - (m_2 c_2 + ml_2)]\dot\varphi^2 \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{Q}_1^{qt2} = \partial_\varphi A \begin{bmatrix} \dot\varphi^2 \\ \dot x\dot\varphi \end{bmatrix} \equiv 0\ ; \boldsymbol{Q}_2^{qt2} = \partial x A \begin{bmatrix} \dot\varphi \dot x \\ \dot x^2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Q}^{qt2} = 2\begin{bmatrix} [(m_2 + m)(l_1\cos\alpha - x) + (m_2 c_2 + ml_2)]\dot x\dot\varphi - \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{Q}^{qt} = \boldsymbol{Q}^{qt1} + \boldsymbol{Q}^{qt2} = \begin{bmatrix} Q_1^{qt} \\ Q_2^{qt} \end{bmatrix} \tag{21}$$

Phương trình chuyển động của tay máy được viết trong dạng:

$$\begin{aligned} &a_{11}\ddot\varphi + a_{12}\ddot x = Q_1^0 + Q_1^{qt} = \mathrm{M} - \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} + \mathrm{Q}_1^{qt}; \\ &a_{12}\ddot\varphi + a_{22}\ddot x = Q_2^0 + Q_2^{qt} = F - \frac{\partial \pi}{\partial x} + Q_2^{qt} \end{aligned} \tag{22}$$

Từ nhận xét nghiệm của hệ phương trình (15), (16) thỏa mãn các yêu cầu đặt ra đối với tay máy, nên có thể áp nó là nghiệm của hệ phương trình (22). Bài toán có đặc trưng bài toán điều khiển chương trình [3] trong đó các yêu cầu động học đối với khâu thao tác là những liên kết chương trình và có thể đối xử như những tích phân đầu và có thể xử dụng phương pháp đã đề xuất trong [9]. Như vậy các động lực M và F được chọn để nghiệm của hệ phương trình (22) thõa mãn hệ phương trình (15), (17). Do đó để giải bài toán đặt ra ta tìm nghiệm của hệ phương trình (15), (17) thõa mãn điều kiện đầu đặt ra (tức điều kiện đầu của hệ phương trình (22) được ký hiệu qua $\varphi^*(t), x^*(t)$, các động lực cho đầu vào của tay máy sẽ có biểu thức sau:

$$\begin{aligned} M(t) &= a_{11}(t)\ddot{\varphi}^*(t) + a_{12}(t)\ddot{x}^*(t) + \frac{\partial \pi}{\partial \varphi}(t) - Q_1^{qt}(t) \\ F(t) &= a_{12}(t)\ddot{\varphi}^*(t) + a_{22}(t)\ddot{x}^*(t) + \frac{\partial \pi}{\partial x}(t) - Q_2^{qt}(t) \end{aligned} \quad (23)$$

Trong đó các thông số của cơ hệ được tính đối với hệ nghiệm của hệ phương trình (15), (17), tức trong các tọa độ suy rộng và vận tốc suy rộng, gia tốc suy rộng được thay tương ứng bởi $\varphi^*(t), \dot{\varphi}^*(t), \ddot{\varphi}^*(t), x^*(t), \dot{x}^*(t), \ddot{x}^*(t)$ Dựa vào các thông số động học tính các thông số động lực: mô men lực và lực đẩy F và trên cơ sở đó tính công suất cần thiết của các động cơ [4]:

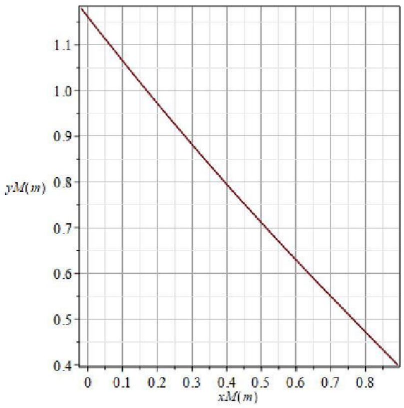
$$W_1 = M\omega, (\omega = \dot{\varphi}); \quad W_2 = Fv, (v = \dot{x})$$

Trong đó, ω - vận tốc góc của khâu quay, v- vận tốc của pit tông.

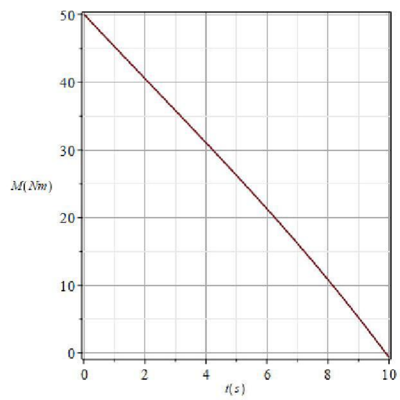
4. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG SỐ VÀ THẢO LUẬN

Sử dụng phần mềm Maple giải hệ phương trình (22) với các giá trị tham số của hệ như sau: $t_f = 10$ *s*, $l_1 = 0{,}2$*m*, $l_2 = 0{,}8$ *m*, $m = 5$ *kg*, $g = 10$*m/s*^{2}, $m_2 = 1$ *kg*, $c_2 = 0{,}4$ *m*, $J_1 = 0{,}1$ *kgm*^{2}, $J_2 = 0{,}05$ *kgm*^{2}, $\alpha = \pi/6$, $l_0 = 0{,}4$*m*, $c = 10$ *N/m*.

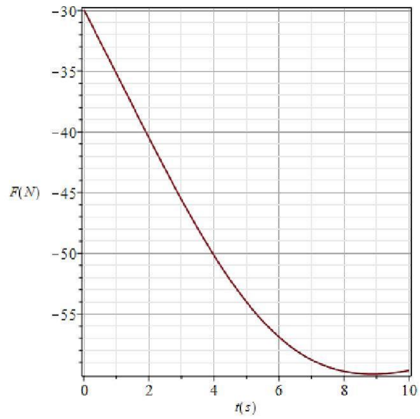
Các điều kiện đầu của hệ được cho như sau: $x(0) = 0\ m, \varphi(0) = 0\ rad$, $\dot{x}(0) = 0{,}05\ m/s$, $\dot{\varphi}(0) = 0{,}1\ rad/s$. Phương trình quỹ đạo điểm cuối của máy bốc xếp được thể hiện trên hình 2. Các lực điều khiển *M* và *F* để tay máy bốc xếp thực hiện đúng quỹ đạo được thể hiện trên hình 3 và 4. Các đồ thị công suất của động cơ tại các khớp của tay máy bốc xếp được thể hiện lần lượt trên hình 5 và 6. Các vận tốc góc khâu 1 và vận tốc khối tâm khâu 2 được thể hiện trên hình 7.



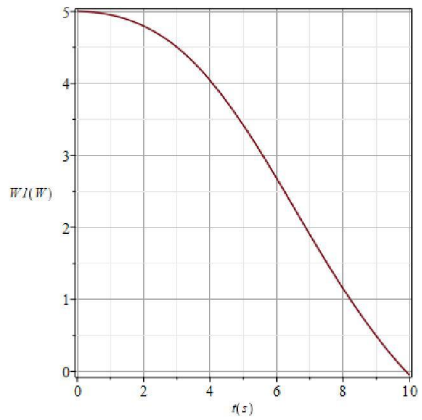
Hình 2. Quỹ đạo điểm cuối của máy bốc xếp



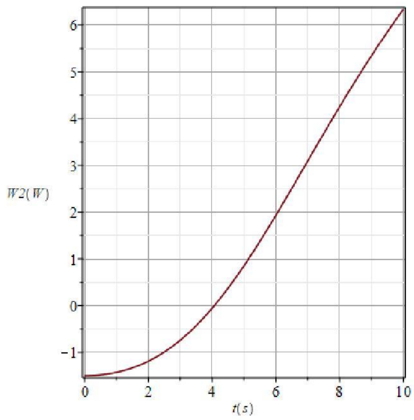
Hình 3. Đồ thị mô men lực M



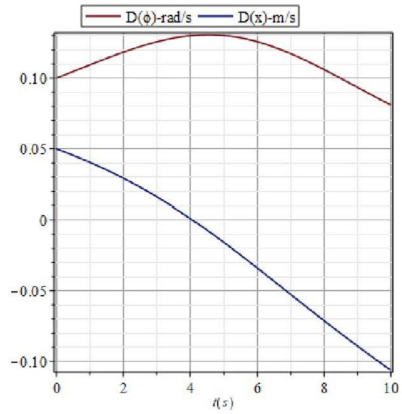
Hình 4. Đồ thị lực F



Hình 5. Đồ thị công suất động cơ 1



Hình 6. Đồ thị công suất động cơ 2



Hình 7. Đồ thị vận tốc góc khâu 1 và vận tốc khâu 2

5. KẾT LUẬN

Trong bài báo đã đề xuất một phương pháp giải quyết bài toán động lực học ngược. Thay vì theo phương pháp phổ biến là phải giải phương trình đại số các tác giả đề nghị chuyển sang giải phương trình vi phân cấp hai ở đó các yêu cầu về động học của khâu thao tác được xem là các liên kết chương trình, một dạng mở rộng khái niệm tích phân đầu [2, 3, 9]. Trong bài báo đã xử lý cho hệ chịu liên kết chương trình. Tuy nhiên ý tưởng được đề xuất có thể áp dụng cho các hệ chịu liên kết vật chất với các lực liên kết không lý tưởng. Các kết quả khảo sát được minh họa nhờ sử dụng phần mềm Maple đối với chuyển động của tay máy bốc dỡ có hai bậc tự do.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Nguyễn Văn Khang, 2017. *Động lực học hệ nhiều vật*, NXB Khoa học và kỹ thuật.

[2]. Đỗ Sanh, 1984, *Chuyển động các cơ hệ chịu liên kết*, Luận án Tiến sỹ khoa học, Đại học Bách khoa Hà Nội.

[3]. Do Sanh, 1984, On the Motion of Control Mechanical Systems, *Advances in Mechanics*, T.7, Vol.2. Varsaw, pp. 3-34.

[4]. Đỗ Sanh, 2014, *Điều khiển các hệ động lực*, NXB Bách khoa, Hà Nội.

[5]. Do Sanh, Dinh Van Phong, Do Dang Khoa, Nguyen Cao Thang, 2009, Problem of Determining the Reaction Forces of Mechanical Constraints, *Proceedings of the IFToMM, 1st International Symposium on Robotics and Mechatronics*, Bach khoa Publishing.

[6]. Đỗ Sanh, Đỗ Đăng Khoa, 2017, *Động lực học giải tích*, NXB Bách khoa, Hà Nội.

[7]. Do Sanh, Dinh Van Phong, Do Dang Khoa, 2013. Motion of the System with Nonideal Constraints, *Vietnam Journal of Mechanics*, Vol.35, No 2.

[8]. Do Sanh, Dinh Van Phong, Trieu Quoc Loc, Phan Dang Phong, Do Dang Khoa, 2011. Observation of Dynamics Reaction Forces in Controlled Mechanical Systems, *Proceedings of the InternationalSymposium on Dynamics and Control*, Sciences and Technics Publishing House.

[9]. Do Sanh, Dinh Van Phong, Do Dang Khoa, Tran Duc, 2015. A Method for Solving the Motion of Constrained Systems, *Proceedings of the 16 Asian Pacific Vibation Conference*, Hanoi, Vietnam.