

KHẢO SÁT ĐỘNG LỰC HỌC CỦA CHẾ ĐỘ BÌNH ỔN CỦA CƠ CẤU TAY QUAY-CON TRƯỢT

¹⁾ Đỗ Đăng Khoa²⁾, Phan Đăng Phong, ³⁾ Đỗ Sanh

¹⁾ Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội ²⁾ Viện Nghiên cứu cơ khí ³⁾ Hội Cơ học VN

Tóm tắt

Máy là một hệ cơ học một bậc tự do. Quá trình làm việc của máy gồm : Quá trình mở máy, quá trình bình ổn, quá trình tắt máy, trong đó quá trình bình ổn đóng vai trò rất quan trọng. Việc khảo sát chế độ bình ổn của máy không chỉ để xác định quá trình làm việc chủ yếu vì nó không chỉ quyết định chất lượng sản phẩm. mà còn là cơ sở để tính toán các thông số của quá trình mở máy (vận tốc góc của cuối giai đoạn mở máy được xác định từ quá trình bình ổn).

Cho đến nay chưa có một phương pháp thống nhất để tính toán động lực cho quá trình này, đặc biệt khi trong cơ cấu truyền động từ tải đến khâu chủ động (nối với động cơ) có mặt các khâu không phải chuyển động quay quanh một trục cố định, ví dụ, chuyển động song phẳng

Trong báo cáo sử dụng phương pháp ma trận chuyển, Nguyên lý Phù hợp, Nguyên lý tối ưu Pontriaghin để khảo sát chế độ bình ổn của cơ cấu tay quay-con trượt

Từ khóa: Phương pháp ma trận chuyển, Nguyên lý Phù hợp, Nguyên lý tối ưu Pontriaghin

1. Mở đầu

Bài toán khảo sát chế độ bình ổn là một trong các bài toán quan trọng của thiết kế máy. Trong thiết kế máy dựa vào tải để chọn động cơ. Tuy nhiên việc chọn động cơ cần dựa trên động lực tác dụng lên trục dẫn động, ví dụ, ta xét khâu dẫn quay thì động lực là mô men ngẫu lực. Vì máy phải lặp lại quá trình công tác sau một chu trình xác định, nghĩa là các bộ phận máy cuối chu trình phải trở lại trạng thái vị trí và vận tốc tại thời điểm đầu chu trình. Như đã biết phương trình chuyển động của máy, được xem là một hệ cơ học chịu liên kết dừng, có dạng

$$\frac{dT}{dt} = \sum W_k = W \quad (1)$$

Trong đó T là động năng của cơ hệ, $W = \sum W_k$ là tổng công suất các lực tác dụng lên cơ hệ

Định lý động năng trong một chu kỳ T sẽ là

$$\Delta T = \int_t^{t+T} W dt \quad (2)$$

Trong đó t_f ký hiệu chu kỳ công tác của máy.

Dựa vào yêu cầu của chế độ làm việc $\Delta T = 0$, do đó:

$$\int_t^{t+T} W dt = 0 \quad (3)$$

Khi cơ cấu truyền động chỉ gồm các khâu quay, hệ số truyền động từ khâu chịu tải đến khâu chủ động là hằng số thì hàm công suất W là hàm chứa các thông số động lực về tải, góc định vị và vận tốc góc của khâu chủ động và do đó việc thực hiện tiêu chuẩn (3) liên quan đến phép tính cầu phương trong đó vận tốc góc khâu dẫn được xem là hằng số. Sơ đồ giải quyết cho trường hợp này đã được trình bày trong [1,2,3] Trong trường hợp khi hệ số truyền động không phải là các hằng số (trường hợp cơ cấu truyền động chứa các khâu khác chuyển động quay quanh một trục cố định, ví dụ, khâu lắc hoặc khâu có khâu chuyển động song phẳng) thì hệ số truyền động từ khâu chịu tải đến khâu dẫn là đại lượng biến đổi và trong biểu thức của công suất W chứa các hàm siêu việt đặc biệt khi tồn tại các phương trình liên kết giữa các thông số định vị có dạng phi tuyến. thì việc cầu phương để thực hiện tiêu chuẩn (3) là không dễ dàng nếu không muốn nói là trong không ít trường hợp là không khả thi

Trong trường hợp sau cùng không thể thực hiện tiêu chuẩn (3) bằng phép cầu phương, Liên hệ với tình hình đã nêu ta chú ý đến hai trường hợp sau

*Biểu thức hàm dưới dấu tích phân chứa các hàm siêu việt do đó việc cầu phương sẽ gặp khó khăn

*Hàm dưới dấu tích phân chứa không chỉ tọa độ khâu dẫn mà còn chứa các tọa độ dư, tức việc tính tích phân trong điều kiện phải đảm bảo thực hiện các phương trình liên kết

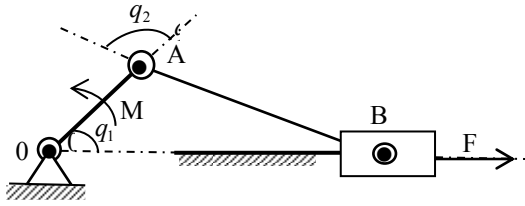
Ý chủ đạo để giải quyết bài toán này là xem điều kiện (3) là hàm mục tiêu trong bài toán tối ưu Pontriaghin

Giải quyết các trường hợp này sẽ dựa vào Nguyên lý Phù hợp để thiết lập phương trình chuyển động khi hệ chịu liên kết [4,5] và sử dụng Nguyên lý Pontriaghin để giải quyết bài toán điều khiển tối ưu với hàm mục tiêu có dạng:

$$I = \lim_{t \rightarrow T} \int_0^t W dt \rightarrow 0 \quad (4)$$

Để cụ thể ta khảo sát trường hợp cơ cấu tay quay con trượt

2. Khảo sát động lực của quá trình bình ổn của cơ cấu tay quay-con trượt



Hình 1. Cơ cấu tay quay-con trượt

Đối với trường hợp này cơ cấu truyền động chứa khâu song phẳng (thanh truyền) như đã biết khâu này đổi chiều quay và do đó không thể quay đều. Điều này gây nên hệ số truyền động thay đổi. Khó khăn nữa là việc sử dụng tọa độ độc lập trong trường hợp này làm xuất hiện trong hàm dưới dấu tích phân (3) chứa các hàm siêu việt. Do đó việc sử dụng phương pháp nêu trong [1,2,3] hoặc rất khó khăn hoặc phải chấp nhận các sai số lớn. Đối với trường hợp này sẽ đề xuất một phương án khác như đã trình bày trong phần 1, nhờ vào việc sử dụng Nguyên lý Phù hợp [5] để viết phương trình chuyển động nó làm thỏa mãn đồng nhất các liên kết, tức hệ được giải phóng hoàn toàn khỏi các liên kết và hệ được xem là hệ tự do, trong đó các liên kết được chấp nhận là một tích phân đầu và dựa trên hệ phương trình như vậy cho phép áp dụng Nguyên lý tối ưu Pontriaghin

Bài toán đặt ra được giải quyết theo hai bước:

Bước 1, Viết phương trình chuyển động cơ hệ trong biến Lagrange. Để giải quyết bài toán này ta sử dụng phương trình đã đề xuất trong [5,6,7,8]

Bước 2 Sử dụng Nguyên lý tối ưu Pontriaghin: với hàm mục tiêu (4)

Để thực hiện bước 1 ta viết phương trình chuyển động của cơ cấu.

Cơ cấu gồm tay quay được cân bằng tĩnh, chịu tác dụng ngẫu lực có mô men M . Thanh truyền AB là thanh đồng chất có độ dài l_2 , khối lượng m_2 , khối tâm tại A, có mô men quán tính đối với trọng tâm là J_2 , con trượt B trượt không ma sát theo phương ngang và chịu tác dụng lực F . Độ dài OA bằng l_1 . Tính mô men M để máy thực hiện chuyển động bình ổn

Chọn các tọa độ suy rộng là góc định vị khâu OA (q_1) và góc định vị thanh truyền đối với tay quay OA (q_2). Như

vậy q_1 là góc định vị tuyệt đối của khâu OA, còn q_2 là

góc định vị của khâu OB đối với khâu OA (góc định vị tương đối). Sử dụng phương pháp ma trận truyền [5,6,7] nhờ các ma trận truyền sau:

$$t_1 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; t_2 = \begin{bmatrix} \cos q_2 & -\sin q_2 & l_1 \\ \sin q_2 & \cos q_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$r_3 = \begin{bmatrix} -l_2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; t_{11} = \begin{bmatrix} -\sin q_1 & -\cos q_1 & 0 \\ \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; r_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$t_{21} = \begin{bmatrix} -\sin q_2 & -\cos q_2 & 0 \\ \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Các yếu tố của ma trận quán tính là:

$$a_{11} = m_2 r_2^T t_2^T t_{11}^T t_2 r_2 + m r_3^T t_{21}^T t_{11}^T t_{21} r_3 + J_1 + J_2;$$

$$a_{12} = m_2 r_2^T t_2^T t_{11}^T t_2 r_2 + m r_3^T t_{21}^T t_{11}^T t_{21} r_3 + J_2;$$

$$a_{22} = m_2 r_2^T t_2^T t_{11}^T t_2 r_2 + m r_3^T t_{21}^T t_{11}^T t_{21} r_3 + J_2;$$

Ma trận quán tính sẽ là

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Các lực suy rộng của các lực thế và không thế ứng với các tọa độ suy rộng q_1, q_2 được

$$\mathbf{Q}^0 = \begin{bmatrix} M - m_2 g l_1 \cos q_1 - F(l_1 \sin q_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2)) \\ F l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Còn lực suy rộng ứng với các lực quán tính được tính theo phương pháp đã trình bày trong [5]

$$\mathbf{Q}^{qt} = \begin{bmatrix} -m(l_1 l_2 \sin q_2 (2\dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dot{q}_2^2)) \\ m l_1 l_2 \sin q_2 \dot{q}_2^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Ký hiệu ma trận các gia tốc là $\ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix}$

Phương trình liên kết

$$f \equiv l_1 \sin q_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2) = 0 \quad (8)$$

Khi đạo hàm hai vế, ta nhận được phương trình

$$(l_1 \cos q_1 - l_2 \cos(q_1 + q_2))\ddot{q}_1 - l_2 (\cos(q_1 + q_2))\ddot{q}_2 + (l_2 \sin(q_1 + q_2) - l_1 \sin q_1)\dot{q}_1^2 + 2l_2 \sin(q_1 + q_2)\dot{q}_1 \dot{q}_2 + l_2 (\sin(q_1 + q_2))\dot{q}_2^2 = 0 \quad (9)$$

Từ đây tính được ma trận \mathbf{D}

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{(l_1 \cos q_1 - l_2 \cos(q_1 + q_2))}{l_2 \cos(q_1 + q_2)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Từ điều kiện lý tưởng ta nhận được:

$$DA\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{D}(\mathbf{Q}^0 + \mathbf{Q}^{qt}) \quad (11)$$

Từ hệ các phương trình (9) và (11) tính được:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{g}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, M, F) \quad (12)$$

Phương trình (12) cùng với điều kiện đầu

$$\begin{aligned} q_1(0) &= q_{10}, q_2(0) = q_{20}, \\ \dot{q}_1(0) &= \dot{q}_{10}, \dot{q}_2(0) = \dot{q}_{20} \end{aligned} \quad (13)$$

trong đó:

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_1(q_1(t), q_2(t), \dot{q}_1(t), \dot{q}_2(t), M) \\ g_2(q_1(t), q_2(t), \dot{q}_1(t), \dot{q}_2(t), M) \end{bmatrix} \quad (14)$$

xác định chuyển động cơ hệ theo thời gian

Bài toán đặt ra : cần xác định ngẫu lực M làm thỏa mãn tiêu chuẩn (4)

Để áp dụng Nguyên lý tối ưu Pontriaghin ta đưa vào các biến Haminton:

$$x_1, x_2, x_3, x_4, z, p_1, p_2, p_3, p_4 \quad (15)$$

Trong đó:

$$x_1 = \dot{q}_1, x_2 = \dot{q}_2, x_3 = q_2, x_4 = \dot{q}_2, z = \int_0^t W dt \quad (16)$$

Trong hệ biến (15) phương trình chuyển động của hệ (12) được viết trong dạng sau:

$$\dot{x}_1 = x_2; \dot{x}_2 = g_1; \dot{x}_3 = x_4; \dot{x}_4 = g_2 \quad (17)$$

và các biến liên hợp (p_1, p_2, p_3, p_4)

Hàm Haminton H:

$$H = -f + p_1 x_1 + p_2 g_1 + p_3 x_3 + p_4 g_2 \quad (18)$$

Trong đó $M \equiv u$, được xem là biến điều khiển, nhờ nó chuyển động của hệ sẽ thực hiện được điều kiện

(4), trong lý thuyết điều khiển gọi là hàm mục tiêu

Bây giờ bài toán đặt ra như sau:

Tìm điều khiển u tác dụng lên khâu dẫn để chuyển động của hệ được xác định bởi hệ phương trình (17) thực hiện điều kiện theo hàm mục tiêu (4)

Theo Nguyên lý Pontriaghin điều khiển u cần thỏa mãn điều kiện cực trị hàm Haminton H, tức được xác định từ điều kiện [5,6,8,9]

$$\min_{u \in \Omega} H = 0 \quad (19)$$

Trong đó Ω là tập hợp các điều khiển cho phép

Ký hiệu nghiệm của (19) $u = u_{opt}$. Thay u_{opt} vào hệ

phương trình sau:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2;$$

$$\frac{dx_2}{dt} = g_1(x_1, x_2, x_3, x_4, z, p_1, p_2, p_3, p_4, M = u_{opt});$$

$$\frac{dx_3}{dt} = x_4;$$

$$\frac{dx_4}{dt} = g_2(x_1, x_2, x_3, x_4, z, p_1, p_2, p_3, p_4, M = u_{opt})$$

$$\frac{dz}{dt} = f(x_1, x_2, x_3, x_4, z, p_1, p_2, p_3, p_4, M = u_{opt})$$

$$\frac{dp_1}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_1}(x_1, x_2, x_3, x_4, z, p_1, p_2, p_3, p_4, M = u_{opt});$$

$$\frac{dp_2}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_2}(x_1, x_2, x_3, x_4, z, p_1, p_2, p_3, p_4, M = u_{opt});$$

$$\frac{dp_3}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_3}(x_1, x_2, x_3, x_4, z, p_1, p_2, p_3, p_4, M = u_{opt});$$

$$\frac{dp_4}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_4}(x_1, x_2, x_3, x_4, z, p_1, p_2, p_3, p_4, M = u_{opt})$$

Giải hệ phương trình này với điều kiện biên : điều kiện đầu của các biến Lagrange

$$x_1(0) = x_{10}; x_2(0) = x_{2(0)}; x_3(0) = x_{30}; x_4(0) = x_{40}$$

và điều kiện cuối của biến liên hợp.

Các điều kiện cuối của các biến liên hợp theo Nguyên lý tối ưu sẽ là:

$$p_{1tf} = p_1(tf) = 0; p_{2tf} = p_2(tf) = 0; p_{3tf} = p_3(tf) = 0;$$

$$p_{4tf} = p_4(tf) = 0$$

Việc chọn điều kiện đầu theo yêu cầu của lý thuyết như trên trong một số trường hợp không cho lời giải (ví dụ, trường hợp đang khảo sát). Đây là khó khăn khi áp dụng Nguyên lý tối ưu Pontriaghin cho bài toán loại này. Dựa vào đặc thù của bài toán, đối với các biến Lagrange các tác giả phải phối hợp cả điều kiện đầu và điều kiện biên cho các biến Lagrange

3. Ví dụ tính toán số

Số liệu

$$m = 1; m_2 = 0.1; J_1 = 2.1; J_2 = 0.1; l_1 = 0.3; l_2 = 0.6; \mu = 0.1; M_0 = 0.2; F_0 = 1, b = 0.1; g = 10; tf = 3.6;$$

Điều kiện biên:

$$x_2(0) = 0.2; x_2(tf) = 0.2; x_4(0) = -0.1; x_4(tf) = -0.1;$$

$$z(tf) = 0; p_1(tf) = 0, p_2(tf) = 0; p_3(tf) = 0; p_4(tf) = 0$$

Kết quả đồ thị:

4.Kết luận

Trong bài báo đã khảo sát động lực của quá trình bình ổn của cơ cấu tay quay-con trượt. Khảo sát quá trình này có mục đích xác định thông số chuyển động của quá trình bình ổn dưới tác dụng của tải có ích. Các thông số này quyết định chất lượng của quá trình công tác của máy, trước hết đối với sản phẩm. Về phương diện thiết kế vấn đề này liên hệ chặt chẽ với việc xác định các thông số của quá trình mở máy (thời gian mở máy, quy luật mở máy) đến việc chọn động cơ. Cho đến nay vấn đề này giải quyết chỉ cho trường hợp các máy có hệ số truyền động từ khâu tải đến khâu chủ động là không đổi (liên quan đến giả thiết vận tốc bình ổn xấp xỉ với vận tốc của chuyển động đều). Trong bài báo đề cập đến trường hợp hệ số truyền động không là hằng, liên quan với trường hợp cơ cấu truyền động chứa các khâu, ví dụ, có chuyển động quay đổi chiều, khâu chuyển động song phẳng và tổng quát, cho trường hợp không dễ dàng chọn tọa độ suy rộng đủ cho khâu dẫn mà phải chọn tọa độ dư. Áp dụng Nguyên lý Phù hợp để xây dựng phương trình chuyển động cho hệ được giải phóng liên kết, và sử dụng Nguyên lý điều khiển tối ưu (trong bài báo sử dụng Nguyên lý điều khiển tối ưu Pontriaghin) cho việc khảo sát bài toán được đặt ra

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Kolovxki M.M., Động lực học máy. "Mashinostroje", Leningrad, 1989, (tiếng Nga)
- [2] Veitx V.L., et al. Động lực học của các máy tổ hợp được điều khiển, NXB "Nauka" Moscow, 1984, (tiếng Nga)
- [3] Đỗ Sanh, Động lực học Máy, xuất bản lần 2, NXB Bách khoa, 2013
- [4] Sanh Do, Phong Dinh Van, Khoa Do Dang, Duc Tran, A Method for Solving of Constrained Systems, APVC 2015, pp. 532-537
- [5] Đỗ Sanh, Đỗ Đăng Khoa, Động lực học giải tích, NXB Bách khoa, 2016
- [6] Đỗ Sanh, Đỗ Đăng Khoa, Điều khiển các hệ động lực, NXB Bách khoa, 2014
- [7] Sanh Do, Khoa Do Dang, The Method of Transmission Applying for Investigation of Motion of Planar Mechanisms, Machine Dynamics Research, Vol. 34, No 4, 5-22, Varsaw, 2010
- [8] Tou J. Modern Control Theory, Mc Graw-Hill, Book (New York), Company .INC (San Francisco, London), 1964
- [9] Intriligator M., Mathematical Optimization and Economic Theory, Prentice-Hall, N. Y., 1971